

Dénombrement

Exercice 1 : Un groupe de 10 personnes va au cinéma et les 10 personnes se mettent en rang devant la caisse.

1. Combien de rangs différents est-il possible de former ?
2. La première personne doit être M. Diop car c'est lui qui paye
 - a) Combien y a-t-il de possibilités de rangement dans ces conditions ?
 - b) Son épouse décide d'être juste derrière lui. Combien y a-t-il alors de rang possible ?

Exercice 2 : Dans une urne contenant 5 boules blanches et 4 boules noires, on y tire successivement et sans remise 4 boules.

1. Déterminer le nombre de tirage possibles
2. Déterminer le nombre de tirage unicolores
3. Déterminer le nombre de tirage contenant autant de boules blanches que de boules noires.
4. Déterminer le nombre de tirage contenant plus de boules blanches que de boules noires.
5. Déterminer le nombre de tirage contenant au moins une boule noire.
6. Déterminer le nombre de tirage contenant au plus 3 boules noires

Exercice 3 : Dans un sac se trouve cinq jetons verts numérotés de 1 à 5, quatre jetons rouges numérotés de 1 à 4 et un jeton jaune portant le numéro 1.

1. On tire simultanément trois jetons dans le sac.
 - a) Déterminer le nombre de tirage possible.
 - b) Déterminer le nombre de tirage ne contenant que des jetons de même couleur.
 - c) Déterminer le nombre de tirage contenant le jeton jaune et deux jetons rouges.
 - d) Déterminer le nombre de tirage contenant au plus 2 jetons verts.
2. Déterminer le nombre de tirage contenant exactement un jeton vert, un jeton numéro 3 et le jeton jaune.
3. On tire successivement et avec remise trois jetons dans le sac.
 - a) Déterminer le nombre de tirage possible
 - b) Déterminer le nombre de tirage ne contenant que des jetons de même couleur.
 - c) Déterminer le nombre de tirage contenant dans l'ordre un jeton vert, un jeton jaune et un jeton rouge.
 - d) Déterminer le nombre de tirage contenant le jeton jaune et deux jetons rouges.
 - e) Déterminer le nombre de tirage contenant trois jetons de couleurs différentes.

Exercice 4 :

1. Avec la formule du binôme, développer : $(2 - \sqrt{3})^5$; $(3 - x)^5$; $(2 - 3x)^4$
2. Soit x un nombre réel et n un nombre entier naturel non nul. Ecrire le développement de $(1 + x)^n$. En déduire les valeurs de :
 - $S = C_n^0 + 2C_n^1 + 2^2C_n^2 + \dots + 2^nC_n^n$
 - $S' = C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 + \dots + (-1)^nC_n^n$
3. Montrer que, pour tout entier naturel n et p vérifiant $1 \leq p \leq n$, on a : $p \times C_n^p = n \times C_{n-1}^{p-1}$
4. En déduire une expression de la somme : $\Sigma = C_n^0 + 2C_n^1 + 3C_n^2 + \dots + nC_n^n$, sous la forme $a2^b$, où a et b sont des entiers naturels à déterminer.

Exercice 5 : Combien d'anagramme peut-on former du mot EDUCATION ? Du mot EXERCICE ? Du mot BACCALAUREAT ? Du mot PARALLELEPIPEDE ?

Exercice 6 : Pour répondre à un sondage, on doit classer 5 chanteurs pris dans une liste de 20. Parmi les 20 chanteurs il y a 12 hommes, 6 étrangers dont 2 femmes.

1. Déterminer le nombre de classements possibles.
2. Déterminer le nombre de classements sachant que :
 - a) Deux femmes occupent les deux premières places suivies de 3 hommes.
 - b) On a choisi exactement deux femmes.
 - c) Il y a moins deux femmes choisies.
 - d) Il y a au moins un étranger
 - e) Il y a exactement une femme et un étranger.

Exercice 7 : On veut écrire un nombre de trois chiffres distincts avec les chiffres : 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 7 et 9 .

1. Combien de nombre peut-on former ?
2. Combien de ces nombres sont impairs ?
3. Combien de ces nombres sont inférieurs à 400 ?
4. Combien de ces nombres sont multiples de 5 ?

Exercice 8 : On jette trois fois de suite un dé à six faces numérotées de 1 à 6 et note successivement les numéros apparus sur la face supérieure.

1. Déterminer le nombre de résultats possible
2. Déterminer le nombre de résultats comportant trois chiffres distincts
3. Déterminer le nombre de résultats comportant trois chiffres identiques
4. Déterminer le nombre de résultats dont la somme de chiffres obtenus est égale à 6.

Exercice 9 : On veut choisir un jury 5 membres parmi 15 professeurs : 7 français dont 4 femmes, 6 d'anglais dont 2 femmes et 2 de mathématiques dont une femme. Déterminer le nombre de jurys :

1. Possible
2. Composés de professeurs d'une même discipline.
3. Composés deux professeurs de français et trois d'anglais.
4. Contenant autant de professeurs de français que d'anglais.
5. Contenant au moins une femme.
6. Contenant au moins un professeur de chaque discipline.
7. Contenant 2 femmes et un professeur de français.

Exercice 10 : Le foyer socio-éducatif d'un lycée propose quatre activités : informatique, théâtre, football et basket-ball. Chaque lycéen peut s'inscrire à 0 , 1, 2,3 ou 4 activités.
De combien de façon chaque lycéen peut-il organiser ses activités ?