Fiche d'exercices Terminale SFA-SFB

Pour préparer le bac blanc.

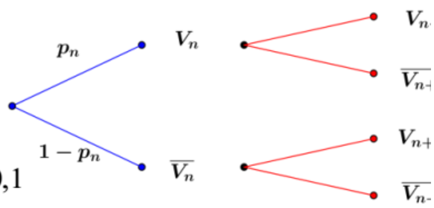
Exercice 1

Avant le début des travaux de construction d'une autoroute, une équipe d'archéologie préventive procède à des sondages successifs en des points régulièrement espacés sur le terrain.
Lorsque le n-ième sondage donne lieu à la découverte de vestiges, il est dit positif.
L'événement : « le n-ième sondage est positif » est noté V_n , on note p_n la probabilité de l'événement V_n
L'expérience acquise au cours de ce type d'investigation permet de prévoir que :

- si un sondage est positif, le suivant a une probabilité égale à 0,6 d'être aussi positif ;
- si un sondage est négatif, le suivant a une probabilité égale à 0,9 d'être aussi négatif.

On suppose que le premier sondage est positif, c'est-à-dire : $p_1 = 1$.

1) Calculer les probabilités des événements suivants :
   a) « les 2^e et 3^e sondages sont positifs » ;
   b) « les 2^e et 3^e sondages sont négatifs ».
2) Calculer la probabilité p_3 pour que le 3^e sondage soit positif.
3) On désigne par n un entier naturel supérieur ou égal à 2.
   Compléter l'arbre ci-contre en fonction des données de l'énoncé.



4) Pour tout entier naturel n non nul , établir que $p_{n+1} = 0,5p_n + 0,1$
5) On note (u_n) la suite définie, pour tout entier naturel n non nul par $u_n = p_n - 0,2$.
   a) Démontrer que (u_n) est une suite géométrique . Préciser son premier terme et sa raison.
   b) Exprimer p_n en fonction de n.
   c) Calculer la limite de (p_n) . Interpréter ce résultat.

Exercice 2

L'entreprise BUENPLATO produit en grande quantité des plats préparés sous vide .
On souhaite analyser la qualité de cette production .
Les plats préparés sont livrés à un supermarché par lot de 300 .
On suppose que la probabilité de l'événement « un plat préparé prélevé au hasard dans la production n'est pas conforme » est égale à 0,12 .
On prélève au hasard 300 plats dans la production . La production est assez importante pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage aléatoire avec remise .
On considère la variable aléatoire X qui , à un lot de 300 plats , associe le nombre de plats préparés non conformes qu'il contient .

1) Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres .
2) Calculer l'espérance mathématique $E(X)$ et en donner une interprétation .
3) Calculer la probabilité que dans un échantillon de 300 plats prélevés au hasard , au moins 280 plats soient conformes (*arrondir le résultat à 10^{-3}*)

Exercice 3

Une jardinerie vend de jeunes plants d'arbres qui proviennent de trois horticulteurs : 35 % des plants proviennent de l'horticulteur H_1, 25 % de l'horticulteur H_2 et le reste de l'horticulteur H_3. Chaque horticulteur livre deux types d'arbres : des conifères et des feuillus. La livraison de l'horticulteur H_1 comporte 80 % de conifères alors que celle de l'horticulteur H_2 n'en comporte que 50 %.

Le gérant de la jardinerie choisit un arbre au hasard dans son stock. La probabilité qu'il choisisse un conifère est égale à 0,525.

On donnera les résultats arrondis à 10^{-3} près.

1) a) Construire un arbre pondéré traduisant la situation.
   b) Calculer la probabilité que l'arbre choisi soit un conifère acheté chez l'horticulteur H_3 .
   c) L'arbre choisi ayant été acheté chez l'horticulteur H_3 quelle est la probabilité que cela soit un conifère ?
   d) L'arbre choisi est un feuillu, quelle est la probabilité qu'il ait été acheté chez l'horticulteur H_1 ?
2) On choisit au hasard un échantillon de 10 arbres dans le stock de cette jardinerie. On suppose que le stock est suffisamment important pour que ce choix puisse être assimilé à un tirage avec remise de 10 arbres dans le stock. On appelle X la variable aléatoire qui donne le nombre de conifères dans l'échantillon choisi .
   a) Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
   b) Quelle est la probabilité que l'échantillon prélevé au moins un conifère ?
   c) Quelle doit être la taille de l'échantillon pour que la probabilité d'avoir au moins un conifère soit supérieure à 90 % ?

Exercice 4

Un candidat doit répondre à un QCM (questionnaire à choix multiples) comportant 10 questions.

Pour chaque question quatre réponses sont proposées, une de ces quatre réponses est juste, les trois autres sont fausses.
Le candidat répond au hasard aux dix questions.
Calculer les probabilités suivantes:

1) Toutes les réponses du candidat sont justes.
2) Le candidat a exactement trois réponses justes.
3) Le candidat a exactement la moyenne.
4) Le candidat a au moins une réponse juste.
5) On note X le nombre de réponses justes.
   a) A l'aide de la calculatrice, compléter le tableau suivant (arrondir au millième) :

k											
$P(X=k)$											

   b) Calculer l'espérance mathématique de X.
   c) Comment interpréter ce résultat ?