P1-CINEMATIQUE DU POINT

Exercices

TRAVAUX DIRIGÉS TERMINALE S

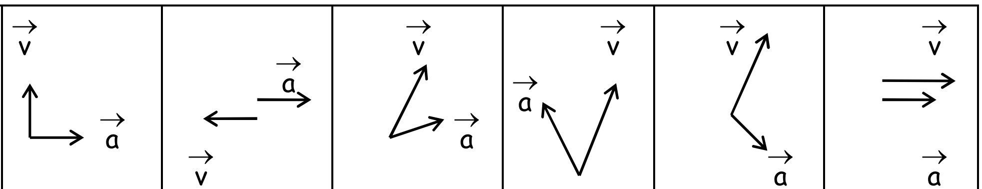
Connaissance du cours

1 Répondre par vrai (V) ou faux (F) en cochant la bonne case

On considère le mouvement d'un mobile décrivant une trajectoire curviligne ou non.

	V	F
a) Le vecteur vitesse est toujours tangent à la trajectoire au point considéré.		
b) Dans un mouvement curviligne, le vecteur accélération peut être tangent à la trajectoire au point considéré.		
c) Une accélération tangentielle nulle implique un mouvement uniforme.		
d) Si $\vec{a}\cdot\vec{v} < 0$, le mouvement est retardé.		
e) Une accélération tangentielle constante implique toujours un mouvement rectiligne uniformément retardé ou accéléré.		
f) Le vecteur accélération normal est toujours dirigé vers l'intérieur d'une trajectoire curviligne		
g) Si, à l'instant t, la vitesse d'un mobile est nulle, alors son accélération est aussi nulle		

2 Sur différentes portions de trajectoires, on a représenté le vecteur vitesse $\vec{v}$ et le vecteur accélération $\vec{a}$ d'un point mobile. A chacun des 6 cas de figures suivantes, remplir la case correspondante en indiquant la nature de la trajectoire (rectiligne, curviligne, circulaire) et la nature du mouvement (uniforme, uniformément accéléré, uniformément retardé, incohérent).



	①	②	③	④	⑤	⑥
Nature de la trajectoire						
Nature du mouvement						

3 Répondre par vrai (V) ou faux (F) en cochant la bonne case

Dans un mouvement rectiligne uniforme

	V	F
a) la norme du vecteur vitesse $\|\|\vec{v}\|\|$ est constante.		
b) le vecteur vitesse $\vec{v}$ est constant		
c) la norme du vecteur accélération est constant et strictement positive.		
d) le vecteur accélération est normal à la trajectoire au point considéré.		

4 Répondre par vrai (V) ou faux (F) en cochant la bonne case

Dans un mouvement circulaire uniforme

	V	F
a) la norme du vecteur vitesse $\|\|\vec{v}\|\|$ est constante.		
b) le vecteur vitesse $\vec{v}$ est constant.		
c) le vecteur accélération $\vec{a}$ est constant.		
d) l'accélération tangentielle a_T est nul.		
e) la norme du vecteur accélération $\|\|\vec{a}\|\|$ est constante.		
f) le vecteur accélération $\vec{a}$ est normal à la trajectoire au point considéré.		
g) le vecteur accélération est centripète.		
h) la période T du mouvement est proportionnelle à la vitesse V.		

5 Un enfant laisse tomber un objet par la fenêtre d'un train en marche sur une voie rectiligne horizontale. Que peut-on choisir comme référentiel d'espace et comme repères (espace et temps) pour étudier aussi simplement que possible le mouvement du centre d'inertie de l'objet ?

6 Définir la base de FRENET. Donner dans cette base les composantes du vecteur accélération.

7 Que peut-on dire du vecteur vitesse d'un mobile dont la distance à un point O est constante ? justifier.

8 Que peut-on dire du vecteur accélération d'un mobile pour lequel $\|\|\vec{v}\|\|$ = constante ? justifier.

9 Un mobile M est animé d'un mouvement rectiligne uniformément varié tel que $a = 5\ m.s^{-2}$, $V_0 = 2\ m.s^{-1}$ et $x_0 = 5$ m où V_0 et x_0 sont respectivement la vitesse et l'abscisse du mobile à la date t = 0.
Déterminer, pour ce point mobile, les équations horaires v(t) et x(t).

10 Une roue de rayon R = 50 cm tourne à la vitesse constante de 3 tours par seconde autour de son axe qui reste fixe. Déterminer :

1) sa vitesse angulaire ω.

2) la vitesse V et l'accélération a d'un point à la périphérie de la roue.

11 Pendant le freinage, une voiture, lancée à la vitesse $V = 90\ km.h^{-1}$, parcourt 100 m avant de s'arrêter. En supposant que le mouvement est uniformément varié, calculer l'accélération de la voiture.

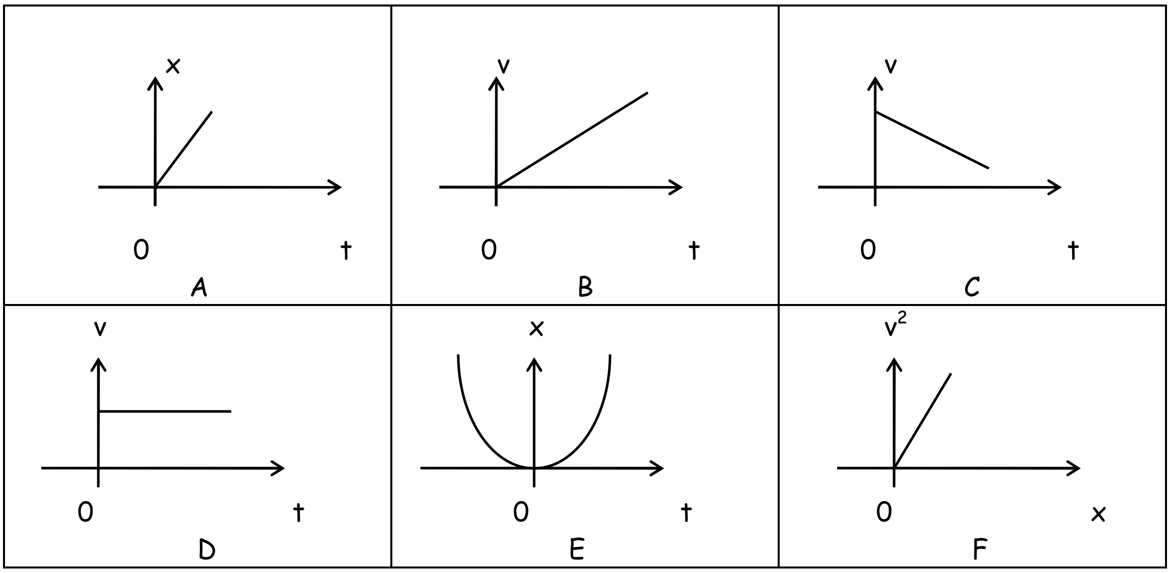
Objectif BAC

12 Chercher dans les représentations graphiques suivantes :

1) Celles qui correspondent à un mouvement uniforme.

2) Celles qui correspondent à un mouvement uniformément accéléré.

3) Celles qui correspondent à un mouvement uniformément retardé.



13 Les équations paramétriques (en unités S.I.) d'un mobile M se déplaçant dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ sont : $\begin{cases} y = -3t^2 + 15t \\ x = t^2 + 2 \end{cases}$

1) Calculer la vitesse moyenne V_{moy} du mobile entre les instants $t_1 = 2$ s et $t_2 = 5$ s.

2) Calculer l'accélération moyenne a_{moy} entre ces mêmes instants.

14 Le vecteur position d'un mobile M se déplaçant dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ est : $\overrightarrow{OM} \left| \begin{array}{l} x = 2t \\ y = 2t^2 - 5t \\ z = 3 \end{array} \right.$ (x et y en mètres et t en secondes)

1) Montrer que le mobile se déplace dans un plan et définir ce plan.

2) Établir l'équation cartésienne de la trajectoire du mobile ; quelle est la nature de la trajectoire ?

3) A quel instant le mobile passe-t-il au point d'abscisse x = 10 m ? calculer sa

4) A l'instant t = 0, le mobile se trouve à son point de départ. En combien de temps parcourt-il la distance d = 5 m ?

15 Les équations paramétriques (en unités S.I.) d'un mobile M se déplaçant dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ sont : $\begin{cases} x = 3t \\ y = -t^2 + 2t \end{cases}$

1) Établir l'équation cartésienne de la trajectoire du mobile ; quelle est la nature de la trajectoire ?

2) Calculer la vitesse du mobile au sommet de sa trajectoire.

3) Calculer la vitesse du mobile au point d'ordonnée y = 1 m.

4) Calculer l'accélération du mobile. Pour quelle(s) valeur(s) de t le mouvement est-il accéléré ? retardé ?

16 Les équations paramétriques (en unités S.I.) d'un mobile M se déplaçant dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ sont : $\begin{cases} x = 3t \\ y = t^2 - 1 \end{cases}$

1) Calculer la vitesse du mobile à l' instants t = 2 s.

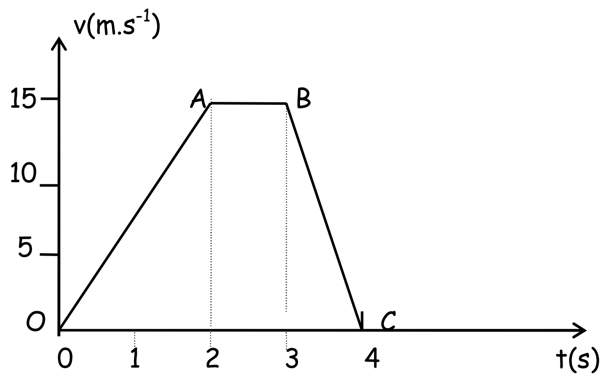
2) Calculer les composantes tangentielle a_T et normale a_N de l'accélération $\vec{a}$ du mobile dans la base de Frenet $(M, \vec{T}, \vec{N})$ à l' instants t = 2 s. En déduire la valeur du rayon de courbure ρ de la trajectoire à t = 2 s.

17 Le diagramme temporel de la vitesse d'un point décrivant une trajectoire rectiligne est donné par le diagramme ci- contre.

1) Déterminer graphiquement la distance parcourue par le point mobile pendant les deux premières secondes. Pour cela montrer que la distance correspond à la valeur de l'aire limitée par OA, l'axe des abscisses et l'ordonnée du point A.

2) Calculer également la distance totale parcourue aux dates t = 3 s et t = 4 s.

3) Déterminer les accélérations (éventuelles) du point et tracer le diagramme a = f(t).



18 Un mobile est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal d'amplitude X_m = 15 cm et de période T = 2s. A l'instant t = 0, le mobile est à sa position d'élongation maximale.

1) Écrire l'équation horaire du mouvement.

2) Calculer l'élongation, la vitesse et l'accélération du mobile à l'instant t = 0,5 s.

3) A quels instants le mobile passe-t-il pour la première fois, pour la deuxième fois, pour la troisième fois au point d'abscisse x = -7,5 cm ?

Calculer la vitesse du mobile et son accélération à ces différents instants.

$\boxed{19}$ Un mobile est animé d'un mouvement rectiligne sinusoïdal sur l'axe x'x. Son élongation à la date t est donnée par $x(t) = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)$. x est en mètres et t en secondes.
A la date t = 0 le mobile passe par l'élongation x = 4 cm à la vitesse $V_0 = 6\pi$ cm.s^{-1} et se déplace dans le sens positif de l'axe x'x. L'accélération du mobile à cette date t = 0 est $a = -16\pi^2$ cm.s^{-2}.

1) Calculer la valeur de A, B et ω.

2) Mettre l'équation horaire du mouvement sous la forme $x(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi)$. Donner son expression numérique.

3) Calculer l'accélération a du mobile à la date t = 1 s.

$\boxed{20}$ On donne l'équation horaire du mouvement d'un mobile par rapport au repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

$$\begin{cases} x = 3+2\cos(4\pi t) \\ y = 1-2\sin(4\pi t) \end{cases}$$

1) Montrer que la vitesse du mobile est constante et la calculer.

2) Montrer que l'accélération du mobile est constante et la calculer.

3) Quelle est la nature de la trajectoire du mobile ? donner ses caractéristiques.

4) Quels sont les direction et sens du vecteur accélération ?

$\boxed{21}$ Un automobiliste roule à la vitesse constante $V_A = 90$ km.h^{-1} sur une route où la vitesse est limitée à 60 km.h^{-1}. Un motard de la gendarmerie part à sa poursuite. Il démarre au moment précis où le motard passe devant lui. Le motard est animé d'un mouvement rectiligne uniformément accéléré tel qu'il atteint la vitesse de 108 km.h^{-1} en 10 secondes.

1) Calculer la durée de la poursuite.

2) Calculer la distance d parcourue par le motard lorsqu'il rattrape l'automobiliste. Que vaut alors la vitesse V_M du motard ?

$\boxed{22}$ Une petite fusée est lancée, moteur coupé, avec une vitesse $V_0 = 40$ m.s^{-1} suivant une direction faisant un angle $\alpha = 30°$ avec l'horizontale.

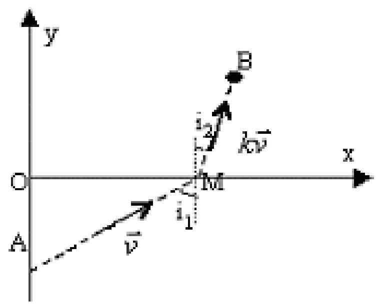
1) Déterminer le temps nécessaire à la fusée pour atteindre son altitude maximale (encore appelée flèche du tir). Calculer son altitude maximale H.
2) Lorsque la fusée atteint sa flèche, son moteur se déclenche et éjecte des gaz ; ce qui la propulse horizontalement.
La vitesse de translation de la fusée par rapport au repère terrestre vaut $V_1 = 100$ m.s^{-1}. La vitesse d'éjection des gaz par rapport à la fusée vaut $V_2 = 30$ m.s^{-1}.

Calculer la vitesse V d'éjection des gaz par rapport au repère terrestre.

23

Un touriste (A) se promène au bord d'un lac ; il aperçoit une personne qui se noie (B). Pour venir à son aide il court sur la rive à la vitesse v constante et nage à la vitesse kv constante (k< 1).

Déterminer la relation liant les angles i_1 et i_2 afin que la durée du trajet soit minimale. L'abscisse de M est notée x.



24 Un secouriste A arrêté sur la plage aperçoit un enfant B en train de se noyer dans un lac.

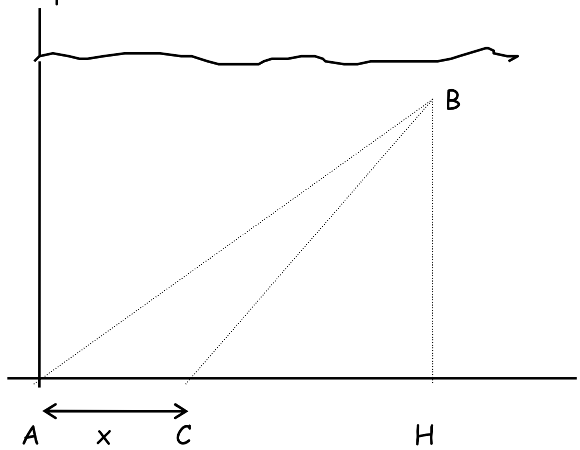
Le secouriste A veut porter secours à l'enfant le plus rapidement possible.
Pour y parvenir, deux possibilités s'offrent à lui :

. 1ère possibilité : se jeter immédiatement à l'eau (trajet AB) ;

. 2ème possibilité : se rapprocher de l'enfant en courant sur la berge avant de se lancer à l'eau. (trajet ACB).

La personne A nage à la vitesse V_1 = 3,6 km.h^{-1} et peut se déplacer en courant sur le bord de l'eau à la vitesse V_2 = 18 km.h^{-1} .

On donne : AH = 16 m et HB =12 m

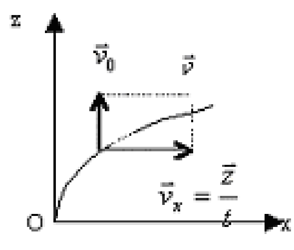


Parmi ces deux possibilités laquelle permet de sauver le plus rapidement possible l'enfant ?

Indication : On déterminera la distance minimale x qu'il doit parcourir sur le bord de l'eau avant de se jeter à l'eau. Cette distance x doit correspondre au trajet le plus court (de durée minimale). Pour vérifier, comparer le durée du trajet pour chacune des possibilités.

25 Un ballon sonde a une vitesse verticale v_0 indépendante de l'altitude. Le vent lui communique un e vitesse hotizontale v_1 = kz proportionnelle à l'altitude atteinte.

1) Déterminer les lois horaires du mouvement et déterminer l'équation de la trajectoire.
2) Déterminer l'accélération. Comment évolue le rayon de courbure ?



vecteur vitesse tangent à la trajectoire

$$\vec{v}\left(\dot{x} = \frac{z}{\tau}\ et\ \dot{z} = v_0\right)\ d'où\ z = v_0 t + cte = v_0 t\ \ (vitesse\ départ\ nulle)$$

$$d'où\ \dot{x} = \frac{v_0 t}{\tau}\quad et\quad x = \frac{v_0 t^2}{2\tau} + cte = \frac{v_0 t^2}{2\tau}\ à\ t = 0\ x = 0$$

$$trajectoire\ x = \frac{z^2}{2 v_0 \tau}\ \ arc\ de\ parabole$$

Composantes de l'accélération : dériver par rapport au temps les composantes du vecteur vitesse

$$\vec{v}\left\{\dot{x} = \frac{z}{\tau} = \frac{v_0 t}{\tau};\ \dot{z} = v_0\right\}\ \text{d'où}\ \vec{a}\left\{\ddot{x} = \frac{v_0}{\tau};\ \ddot{z} = 0\right\}$$

$$\vec{a} = \frac{v_0}{\tau}\vec{i}$$

Composantes de l'accélération dans le repère de Frenet :

$$\vec{v}\left\{\dot{x} = \frac{z}{\tau} = \frac{v_0 t}{\tau};\ \dot{z} = v_0\right\}\ \text{d'où}\ \vec{a}\left\{\ddot{x} = \frac{v_0}{\tau};\ \ddot{z} = 0\right\}$$

$$\vec{a} = \frac{v_0}{\tau}\vec{i}$$