

Série : Primitive

**Exercice 1 :** Déterminer les primitives sur  $I$  de chacune des fonctions suivantes :

- a)  $f(x) = 3x + 2 + \frac{4}{x^2}$ ,  $I = \mathbb{R}_+^*$  b)  $f(x) = \frac{4x^2 - 5x + 2}{x^4}$ ,  $I = \mathbb{R}_-^*$  ; c)  $f(x) = 5(-4x + 3)^6$ ,  $I = \mathbb{R}$   
d)  $f(x) = x^3(x^4 - 1)^5$ ,  $I = \mathbb{R}$ ; e)  $f(x) = \frac{6x-9}{(x^2-3x+2)^4}$ ,  $I = ]1; 2[$ ; f)  $f(x) = \frac{2}{(3x+4)^5}$ ,  $I = [0; +\infty[$   
g)  $f(x) = \frac{3}{\sqrt{2x-1}}$ ,  $I = \left] \frac{1}{2}; +\infty[$ ; h)  $f(x) = \frac{3x}{\sqrt{x^2-1}}$ ,  $I = ]-\infty; 1[$ ; i)  $f(x) = \frac{2}{x\sqrt{x}} + \frac{1}{\cos^2 x}$ ,  $I = \left] 0; \frac{\pi}{2}[$   
j)  $f(x) = 2x^2\sqrt{x} + \cos 3x$ ,  $I = [0; +\infty[$ ; k)  $f(x) = \frac{\sin x}{\cos^4 x}$ ,  $I = \left] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$ ; l)  $f(x) = \sin^4 x$ ,  $I = \mathbb{R}$

**Exercice 2:**

Soit  $f$  la fonction définie par:  $f(x) = \frac{2x+3}{(x-1)^3}$ .

- 1) Justifier que  $f$  admet des primitives sur  $]1; +\infty[$
- 2) Déterminer deux réels  $a$  et  $b$  tels que pour tout  $x \neq 1$ ,  $f(x) = \frac{a}{(x-1)^2} + \frac{b}{(x-1)^3}$
- 3) En déduire la primitive  $F$  de  $f$  sur  $]1; +\infty[$  prenant la valeur 3 et 2.

**Exercice 3 :** Soit  $u$  une fonction strictement positive et dérivable sur un intervalle  $I$ .

- 1) Calculer la dérivée de la fonction  $u\sqrt{u}$ .
- 2) En déduire les primitives sur  $I$  de la fonction  $u'\sqrt{u}$ .
- 3) Application : Déterminer les primitives sur  $I$  de chacun des fonctions suivantes :  
a)  $f(x) = 2\sqrt{2x+3}$ ,  $I = [0; +\infty[$   
b)  $f(x) = x\sqrt{x^2+1}$ ,  $I = \mathbb{R}$   
c)  $f(x) = (x-1)\sqrt{x^2-2x+3}$ ,  $I = \mathbb{R}$

**Exercice 4 :** Soient  $f$  et  $g$  définies sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = \cos x \cos 2x$ , et  $g(x) = \sin x \sin 2x$

- 1) Vérifier que  $f - g$  peut s'écrire sous la forme  $\cos(u)$  où  $u$  est une fonction que l'on précisera.
- 2) En déduire une primitive sur  $\mathbb{R}$  de  $f - g$ .
- 3) Déterminer une primitive de  $f + g$ .
- 4) En déduire les primitives sur  $\mathbb{R}$  des fonctions  $f$  et  $g$ .

**Exercice 5:**

Soit  $f$  la fonction définie par:  $f(x) = \frac{2x+3}{(x-1)^3}$ .

- 4) Justifier que  $f$  admet des primitives sur  $]1; +\infty[$
- 5) Déterminer deux réels  $a$  et  $b$  tels que pour tout  $x \neq 1$ ,  $f(x) = \frac{a}{(x-1)^2} + \frac{b}{(x-1)^3}$
- 6) En déduire la primitive  $F$  de  $f$  sur  $]1; +\infty[$  prenant la valeur 3 et 2.